This thesis deals with two scenarios of active target defense. The first scenario is a two-agent pursuit-evasion problem that involves a Target (aircraft) in opposition to an Attacker (missile). The Target tries to evade (avoid being captured) the Attacker. This first problem will be referred to herein as the TA problem as it concerns the Target (T) and Attacker(A). The second scenario is a three-agent pursuit-evasion problem that involves three agents, the Target, the Attacker and the Defender. The Attacker missile pursues a Target aircraft that is being helped by a Defender missile which tries to intercept the Attacker before it reaches the Target. This second problem will be referred to herein as the TAD problem as it concerns the Target (T), the Attacker(A), and the Defender (D). We first consider the TA problem, in which we search for a path that the Target can move on to escape from the Attacker. All the evasion techniques depend on the time of the turn that the Target makes when it detects the Attacker (Missile) and the objective is to maximize the Missile acceleration till the Missile power bleed. We choose the escaping trajectory as a polynomial with unknown coefficients, then decide the values of these coefficients so as to make the Missile exert a maximum acceleration to bleed its power as fast as possible before it reaches the Target. We explain the meaning of proportional navigation, and subsequently simulate two- dimensional proportional-navigation equations using MATLAB and Simulink.

After dealing with the TA problem, the thesis shifts to the TAD problem. In this latter problem, a differential game arises in which a team is formed by the Target and the Defender which cooperate to maximize the separation between the Target and the point where the Defender intercepts the Attacker, while the Attacker tries to minimize this separation. This thesis offers a unified analytic treatment of the aforementioned problem based on the construction of two Apollonius circles. The treatment includes all possibilities of the ratio between the speeds of the Attacker and Defender. A criticality condition is derived from which two important entities are obtained, namely: (a) the critical Target speed normalized \textit{w.r.t.} the Attacker speed, and (b) the Voronoi diagram bordering the safe or escape region for the Target Optimal strategies. This Voronoi diagram is shown to obey a complex sixth-degree polynomial when the Defender differs in speed from the Attacker. This polynomial reduces to a real fourth-degree polynomial when the Defender and Attacker are similar, i.e., are of equal speeds. Beside unifying previously published results in a common setting, this thesis simplifies all computations by using intuitionistic plane-geometric arguments rather than the more tedious analytic-geometric manipulations. Moreover, the thesis extends existing results by adding some novel results, thereby giving a complete picture of all cases of interest. The analysis in this thesis is supplemented by extensive computations using MATLAB to solve the complex high-order polynomial equations and to plot the Voronoi diagrams under a variety of pertinent parameters. The numerical results and plots obtained allow useful and insightful interpretation and are in exact agreement with numerical solution of the corresponding two-point boundary value problem.

تتناول هذه الرسالة سيناريوهين لدفاع المُطارَد يتسم هذا الدفاع في أولهما بكونه منفردا سلبيا بينما يصبح تعاونيا فعالا في ثانيهما. السيناريو الأول هو مسألة للتعقب والتجنب يشترك فيها طرفان هما المُطارَد أو الطائرة (ط) والمُطارِد أو الصاروخ (المُهاجِم) (هـ)، حيث يسعى المُطارَد إلى أن يتفادى (يتجنب أن يلحق به) المُهاجِم. ونسمي هذا السيناريو بمسألة المُطارَد والمُهاجِم (ط هـ). السيناريو الثاني هو أيضا مسألة للتعقب والتجنب، لكنها ذات أطراف ثلاثة هي المُطارَد (ط) والمُطارِد (المُهاجِم) (هـ)، والمدافِع (د). إن صاروخ المهاجِم يتعقب طائرة مُطارَدة يعاونها صاروخ المدافِع الذي يحاول أن يتقاطع مع المهاجِم قبل أن يصل إلى المطارَد. ونسمي هذا السيناريو بمسألة المُطارَد والمُهاجِم والمدافِع (ط هـ د). ندرس أولا مسألة ط هـ، حيث نبحث عن مسار يتخذه المُطارَد ليتجنب ويتفادى المهاجِم. إن جميع طرائق التجنب والتفادي تعتمد على زمن التفاف المُطارَد حينما يكتشف المهاجِم، وهو يستهدف بالتفافه هذا أن يضطر المهاجِم إلى التكبير الأعظمي لتسارعه (عجلته) ومن ثم إلى استنزاف قدرته. نختار مسار الهرب للمُطارَد في صيغة كثيرة حدود جبرية مجهولة المعاملات، ثم نختار هذه المعاملات بحيث نلجئ المهاجِم إلى أن يبذل تسارعه الأعظم، ومن ثم يستنزف قدرته بأسرع ما يتأتى قبل أن يدرك المُطارَد. نشرح معنى الملاحة التناسبية، ومن ثم نحاكي معادلات الملاحة التناسبية ذات البعدين باستخدام الحزمتين البرمجيتين ماتلاب وسيميولينك. وبعد أن نفرغ من مسألة ط هـ، ننتقل لدراسة مسألة ط هـ د. في هذه المسألة تنشأ مباراة تفاضلية يتشكل فيها فريق من المطارَد والمدافِع اللذين يتعاونان لتعظيم المسافة الفاصلة بين المطارَد ونقطة تقاطع المدافع مع المهاجِم، بينما يسعى المطارِد (المهاجِم) إلى تقليل هذه المسافة. تقدم هذه الرسالة معالجة تحليلية موحدة للمسألة سالفة الذكر تعتمد على إنشاء دائرتين من دوائر أبولونيوس. تشمل هذه المعالجة جميع الحالات الممكنة للنسبة بين سرعتي المهاجِم والمدافِع. ويتم اشتقاق شرط للحالة الحرجة يفيد في الحصول على كينونتين هامتين هما: (أ) السرعة الحرجة للمطارَد في صورة لا بعدية تمثل نسبتها إلى سرعة المهاجِم، (ب) شكل فورونوي الذي يحد منطقة الأمان أو الهرب للمطارَد. يتم أيضاً دراسة الاستراتيجيات المثلى للأطراف الثلاثة، حيث تتم البرهنة على أنه يمكن حسابها بحل معادلة جبرية *مركبة* من الدرجة *السادسة* عندما تختلف سرعتا المهاجم والمدافع. أما عندما تتماثل سرعتا المهاجم والمدافع فإن المعادلة الجبرية سالفة الذكر تؤول إلى معادلة *حقيقية* من الدرجة *الرابعة*. و فضلاً عن توحيد النتائج سالفة النشر في إطار مشترك، فإن إسهامات هذه الرسالة تشمل تبسيط جميع الحسابات باستخدام محاجات حدسية من ميدان الهندسة المستوية عوضاً عن المعالجات الشاقة في ميدان الهندسة التحليلية. و بالإضافة إلى ذلك، تقوم هذه الرسالة بتمديد النتائج القائمة باستحداث بعض النتائج الجديدة، ومن ثم رسم صورة كاملة لجميع الحالات محل الاهتمام. يتم دعم التحليل المتقدم في هذه الرسالة بحسابات كثيفة تستخدم لغة البرمجة العلمية ماتلاب وذلك لحل المعادلات المركبة لكثيرات الحدود عالية الدرجة وأيضاً لرسم مخططات فورونوي لقيم عديدة للمعالم ذات العلاقة.